



Efeito do tamanho de seções de medição no ajuste de equações volumétricas de eucalipto

Carlos Alberto Ramos Domiciano^{1*}, Carlos Pedro Boechat Soares¹, Helio Garcia Leite¹, Gilson Fernandes da Silva²

¹Universidade Federal de Viçosa, Avenida P H Rolfs, s/n, CEP 36570-900, Viçosa, MG, Brasil

²Universidade Federal do Espírito Santo, Avenida Fernando Ferrari, 514, CEP 29075-910, Vitória, ES, Brasil

*Autor correspondente:

carlosramos.domiciano@gmail.com

Termos para indexação:

Inventário florestal
Diâmetro
Altura das plantas

Index terms:

Forest inventory
Diameter
Plant height

Histórico do artigo:

Recebido em 28/07/2023
Aprovado tecnicamente em 14/03/2025
Aprovação final em 13/05/2025
Publicado em 22/05/2025

Resumo - O objetivo deste estudo foi avaliar a combinação de diferentes comprimentos de seções do tronco na precisão das equações de volume do híbrido *Eucalyptus urophylla* S. T. Blake x *Eucalyptus grandis* W. Mill ex Maiden. Foram utilizados dados de 70 árvores provenientes de um plantio experimental com 8 anos de idade. Os diâmetros ao longo dos troncos foram medidos em intervalos de 0,50 m até o diâmetro mínimo de 4 cm, permitindo o cálculo de volumes em seções de 0,5; 1,0; 2,0; 3,0 e 4,0 m de comprimento, pelas expressões matemáticas de Smalian, Huber e Newton. Foi possível concluir que: a) o tamanho da seção no procedimento de cubagem de árvores afeta diretamente a precisão das estimativas de volume individual, sendo que seções de maiores tamanhos resultam em equações que geram erros relativamente maiores; b) para seções de mesmo tamanho, as equações volumétricas ajustadas com dados de volume obtidos pelas expressões matemáticas de Huber, Newton e Smalian apresentam maior proximidade estatística com os volumes reais das árvores, indicada por *p*-valores mais elevados. Contudo, ao aumentar o comprimento da seção, em alguns casos, as equações volumétricas se tornaram estatisticamente diferentes entre si, mesmo quando calculadas com a mesma expressão matemática.

Effect of measuring section size on the adjustment of eucalyptus volumetric equations



Abstract - The objective of this study was to evaluate the combination of different trunk section lengths on the accuracy of volume equations for the hybrid *Eucalyptus urophylla* S.T. Blake x *Eucalyptus grandis* W. Mill ex Maiden. Data from 70 trees from an 8-year-old experimental plantation were used. Diameters along the trunks were measured at intervals of 0.50 m down to a minimum diameter of 4 cm, allowing the calculation of volumes in sections of 0.5, 1.0, 2.0, 3.0, and 4.0 m in length using the mathematical expressions of Smalian, Huber, and Newton. We concluded that: a) the section size in the tree cubing procedure directly affects the accuracy of individual volume estimates, with larger sections resulting in equations that generate relatively larger errors; b) for sections of the same size, the volume equations adjusted with volume data obtained using the mathematical expressions of Huber, Newton, and Smalian show greater statistical proximity to the actual tree volumes, indicated by higher *p*-values. However, as the section length increases, in some cases, the volume equations become statistically different from each other, even when calculated using the same mathematical expression.

Nota: Parte da dissertação de Carlos Alberto Ramos Domiciano, Universidade Federal de Viçosa - UFV, 2022.

Introdução

Para permitir a obtenção das estimativas dos estoques volumétricos nos inventários florestais, são utilizadas normalmente equações de volume (Campos & Leite, 2017), ajustadas após procedimento de seleção, abate e medição de árvores em campo. Essa etapa, que envolve a obtenção de dados para o ajuste das equações, é denominada de cubagem rigorosa (Husch et al., 2003; Oliveira et al., 2020), e é uma das que geram mais custos no inventário florestal (Campos & Leite, 2017; Martins et al., 2021), devendo ser realizada sob critérios de amostragem que garantam o menor custo possível e a maior precisão das equações (Lima et al., 2016).

No processo de ajuste das equações de volume, a seleção de árvores deve contemplar todas as classes de diâmetros e de alturas no povoamento (Gomes, 1957; Batista et al., 2014; Lima et al., 2016; Campos & Leite, 2017) em número suficiente para melhor representação da variabilidade de tamanhos no campo e, conseqüentemente, para que as equações forneçam estimativas de volume livres de tendências.

As estimativas dos volumes dos troncos das árvores devem ser obtidas com a maior precisão possível. Neste sentido, a distância entre as medições dos diâmetros ao longo do tronco das árvores (comprimento das seções) tem influência direta sobre as estimativas, sendo que seções menores resultam em estimativas mais acuradas, embora isso possa elevar os custos da coleta de dados e o tempo de medição (Campos, 1988).

Além do comprimento das seções, a precisão das estimativas de volume é afetada pela escolha de como elas são obtidas. Para isto, podem ser utilizados diferentes métodos, como a aplicação das expressões matemáticas, tais como Smalian, Huber, Newton, Hohenadl, Frankon, Centroide, FAO e Pressler; o uso do xilômetro (deslocamento de líquidos); o peso das árvores, ou ainda por métodos gráficos ou função *spline* (Figueiredo Filho et al., 2000; Machado & Figueiredo Filho, 2014; Oliveira & Garcia, 2014; Lima et al., 2016; Campos & Leite, 2017; Souza et al., 2017).

Assim, estudos relacionados a avaliações e recomendações sobre a cubagem rigorosa, principalmente no que se refere ao número ideal de árvores a serem cubadas, às fórmulas matemáticas para a obtenção dos volumes e ao tamanho das seções de medição de árvores foram realizados para identificar o melhor método para minimizar custos e aumentar a precisão das equações de

volume e, conseqüentemente, das estimativas do estoque de madeira nos inventários florestais (Acerbi Junior et al., 2002; Leite et al., 2011; Lustosa Junior et al., 2017; Medeiros et al., 2019; Menezes et al., 2020). No entanto, não é possível identificar uma metodologia única ou universal a ser adotada no procedimento de cubagem, haja vista que uma combinação desses fatores pode resultar, por exemplo, no atendimento de aspectos como a precisão requerida das estimativas.

Diante disso, este estudo foi realizado com o objetivo de avaliar a combinação de diferentes comprimentos de seções de medição na precisão de equações de volume.

Material e métodos

Local do estudo e descrição dos dados

Neste estudo foram utilizados dados de árvores provenientes de um plantio experimental com 8 anos de idade, do híbrido *Eucalyptus urophylla* S.T. Blake x *Eucalyptus grandis* W. Mill ex Maiden, plantado em espaçamento de 3 x 2 m, localizado no município de Barão de Cocais, MG.

As árvores foram cubadas em seções com intervalos de medição de 0,50 m, em que os diâmetros com casca ao longo do tronco foram medidos até o diâmetro mínimo igual a 4 cm. Foram cubadas 70 árvores, distribuídas em 14 classes de diâmetro, em um total de 5 árvores por classe, com diâmetros variando entre 4,46 e 31,64 cm e altura total de 8,68 e 31,79 m.

Estimativas dos volumes com casca

Os volumes das árvores com casca foram calculados utilizando as expressões matemáticas de Smalian (V_S), Huber (V_H) e Newton (V_N), apresentadas nas Equações 1, 2 e 3, respectivamente (Campos & Leite, 2017).

$$V_S = \frac{g_1 + g_2}{2} L \quad (1)$$

$$V_H = g_{1/2} L \quad (2)$$

$$V_N = \frac{1}{6} L (g_1 + 4g_{1/2} + g_2) \quad (3)$$

em que: g_1 , $g_{1/2}$ e g_2 são as áreas seccionais circulares calculadas na base, no meio e na ponta da seção, respectivamente (em m²); L é o comprimento da seção (em m).

Em relação às seções, foram avaliados comprimentos de 1,0; 2,0; 3,0 e 4,0 m na totalização dos volumes para as três expressões testadas (Equações 1, 2 e 3), e, também, o comprimento de seções iguais a 0,5 m para a expressão de Smalian, conforme Figura 1.

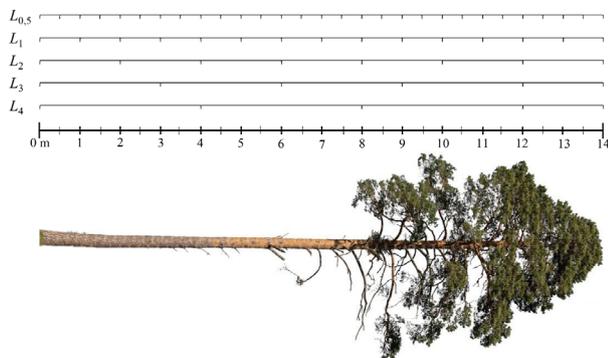


Figura 1. Ilustração de uma árvore-amostra de cubagem e das seções empregadas na análise, sendo L_i o tamanho de seção utilizado na totalização da cubagem, para $i = 0,5; 1,0 \dots 4,0$.

Figure 1. Illustration of a cubing sample tree and the sections used in the analysis, where L_i is the section size used to totalize the cubing, for $i = 0.5; 1.0 \dots 4.0$.

Cabe destacar que foram utilizados no ajuste das equações os volumes até 12 m de altura para árvores menores, e 24 m para as árvores maiores, uma vez que nesse ponto de medição foi possível totalizar os volumes pelas diferentes expressões matemáticas.

Ajuste das equações

Após a obtenção dos volumes por meio de diferentes expressões e comprimentos de seções, foram ajustadas equações referentes ao modelo volumétrico de Schumacher & Hall (1933) em sua forma linear, para cada uma das combinações de expressão e comprimento de seções (Equação 4).

$$\ln = (vcc_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(dap_i) + \beta_2 \ln(ht_i) + \varepsilon \quad (4)$$

em que: \ln é o logaritmo neperiano; vcc_i é o volume com casca, em m^3 ; β_0 , β_1 e β_2 são os parâmetros do modelo; dap_i é o diâmetro com casca medido a 1,30 m do solo da i -ésima árvore (em cm); ht_i é a altura total da i -ésima árvore (em m); e ε é o erro aleatório, tal que: $\varepsilon \sim NID(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

As estimativas dos parâmetros do modelo foram obtidas por meio dos métodos dos mínimos quadrados ordinários (Gujarati & Porter, 2011), utilizando o ambiente de programação R (R Core Team, 2022).

Avaliação dos ajustes

As estimativas dos parâmetros do modelo foram avaliadas por meio de gráficos de distribuição e as estimativas dos volumes foram avaliadas por meio das seguintes estatísticas: coeficiente de correlação entre os volumes observados e estimados, em porcentagem ($r\%$) (Equação 5) e a raiz quadrada do erro quadrático médio relativo (RQEQM%) (Equação 6).

$$r\% = \frac{n^{-1}(\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \hat{y}_m)(y_i - \bar{y}))}{\sqrt{(n^{-1} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \hat{y}_m)^2)(n^{-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2)}} \cdot 100 \quad (5)$$

$$\text{sendo: } \hat{y}_m = n^{-1} \sum_{i=1}^n \hat{y}_i$$

$$RQEQM\% = 100 \cdot \bar{y}^{-1} \sqrt{n^{-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (6)$$

em que: n é o número de observações; \hat{y}_i são os volumes estimados pelas equações; y_i são os volumes observados; e \bar{y} é a média aritmética de y_i .

Em complemento, também foi aplicado o teste de identidade de modelo de Graybill (1976), considerando um nível de 5% de significância, para verificar a identidade das equações ajustadas com os volumes das árvores-amostras, obtidos pelas expressões de Huber, Newton e Smalian, com diferentes comprimentos de seções. Assim, sendo considerado as possíveis comparações, foram realizados 91 testes e cujos resultados foram apresentados em uma matriz de confusão com p-valores.

Resultados

Efeito do tamanho das seções e das expressões matemáticas no cálculo dos volumes

Foi possível observar pouca diferença entre as estimativas de volume com casca (vcc), para seções de 1 m de comprimento, quando avaliou o efeito do tamanho de seção de cubagem nas fórmulas de Huber, Newton e Smalian (Figura 2). Para seções maiores que 1 m foi observado que a fórmula Smalian resultou em estimativas de maior valor mediano e maior variabilidade do volume com casca e a de Huber em estimativas menores.

Efeito sobre as estimativas dos parâmetros do modelo volumétrico

Observou-se que os ajustes das equações referentes ao modelo volumétrico de Schumacher & Hall (1933), utilizando os volumes obtidos pelas diferentes fórmulas matemáticas, com diferentes tamanhos de seção na cubagem, resultaram em estimativas maiores de β_0 e β_1 ao empregar a fórmula de Smalian, independente do tamanho das seções, seguidas pelas fórmulas de Newton e Huber, respectivamente (Figura 3). Para o parâmetro β_2 o comportamento se inverteu entre as fórmulas de Huber e Smalian, contudo, Newton continuou com o comportamento intermediário.

Efeito sobre as estimativas dos volumes estimados pelas equações

De acordo com a Figura 4, foi observado que a fórmula de Smalian possui uma tendência de elevar

o coeficiente de correlação ($r(\%)$) entre os volumes observados e estimados pelas equações à medida que se aumenta o tamanho da seção de cubagem, sendo que as fórmulas de Huber e Newton tiveram comportamento diferente.

Testes de identidade de modelos

De acordo com a Figura 5, para um mesmo tamanho de seção, observa-se uma maior proximidade estatística entre as equações volumétricas ajustadas com volumes calculados com as expressões de Huber, Newton e Smalian, haja visto p -valores maiores. Observa-se também que ocorreu uma redução nos valores de p -valor à medida que se aumentou o tamanho da seção, gerando alguns resultados estatisticamente diferentes (p -valor < 0,05 – valores sublinhados) entre equações geradas com diferentes expressões matemáticas e comprimentos de seção.

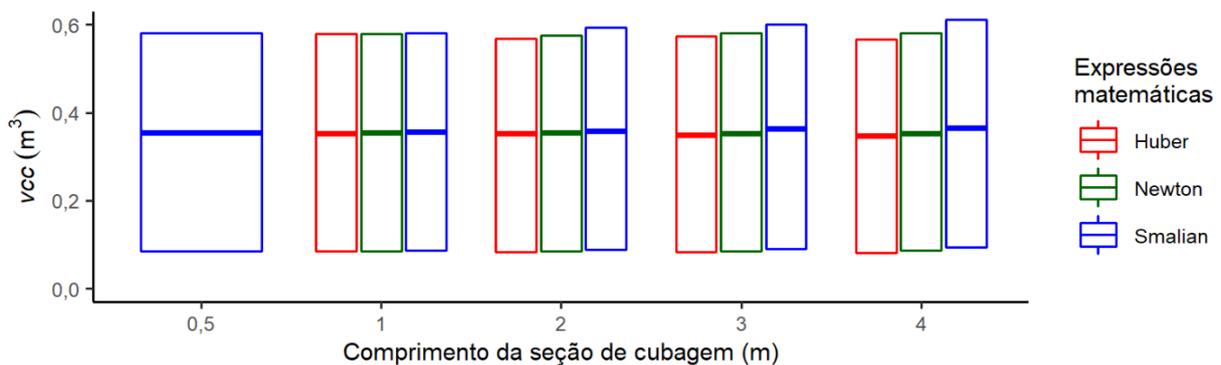


Figura 2. Medianas e amplitudes (1º e 3º quartil) das estimativas volumétricas (v_{cc}) obtidas empregando as expressões matemáticas de Huber, Newton e Smalian com diferentes tamanhos de seções na cubagem rigorosa.

Figure 2. Medians and amplitudes (1st and 3rd quartile) of the volumetric estimates (v_{cc}) obtained using the Huber, Newton and Smalian mathematical expressions with different section sizes in rigorous cubing.

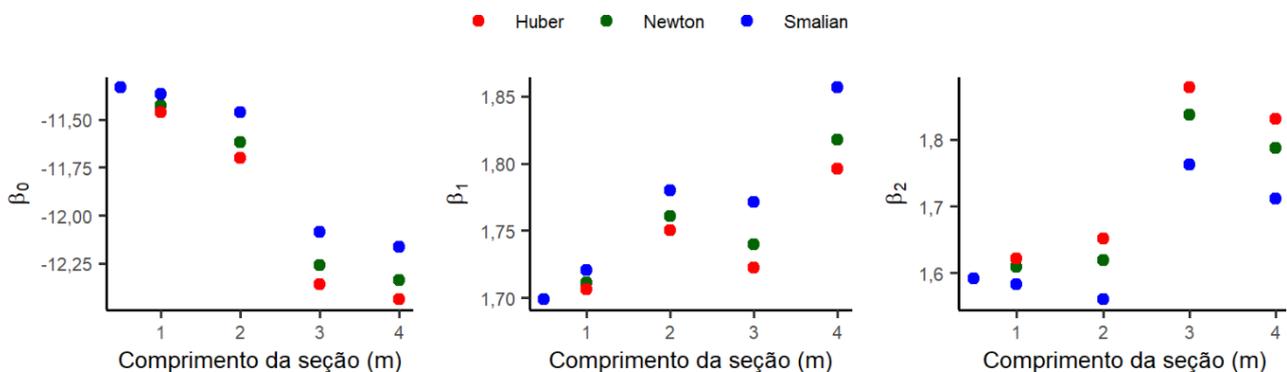


Figura 3. Comportamento das estimativas dos parâmetros do modelo de Schumacher & Hall (1933) em função das fórmulas utilizadas para totalizar os volumes do tronco e dos comprimentos das seções no procedimento de cubagem.

Figure 3. Behavior of the parameter estimates of the Schumacher & Hall (1933) model as a function of the formulas used to total the trunk volumes and section lengths in the cubing procedure.

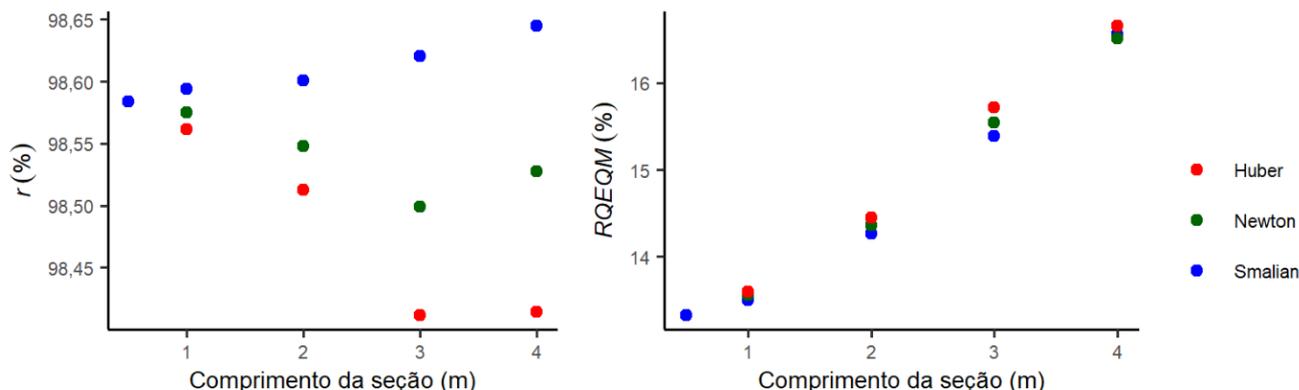


Figura 4. Comportamento das estatísticas entre os volumes observados e estimados pelas equações considerando as diferentes expressões matemáticas e comprimentos das seções no procedimento de cubagem.

Figure 4. Behavior of the statistics between the volumes observed and estimated by the equations considering the different mathematical expressions and section lengths in the cubing procedure.

	H1	H2	H3	H4	N1	N2	N3	N4	S0,5	S1	S2	S3	S4
H1	1												
H2	0,7784	1											
H3	0,0795	0,4899	1										
H4	<u>0,0203</u>	0,2375	0,9432	1									
N1	0,9993	0,727	0,0649	<u>0,0161</u>	1								
N2	0,8934	0,9924	0,362	0,1565	0,8617	1							
N3	0,1571	0,6414	0,9877	0,8505	0,1341	0,5254	1						
N4	0,0543	0,3814	0,9713	0,9759	<u>0,0452</u>	0,2865	0,9567	1					
S0,5	0,9533	0,4878	<u>0,0234</u>	<u>0,0048</u>	0,9765	0,6559	0,0571	<u>0,0163</u>	1				
S1	0,9837	0,616	<u>0,0429</u>	<u>0,01</u>	0,9952	0,7812	0,0966	<u>0,0312</u>	0,9947	1			
S2	0,9456	0,8516	0,1687	0,06	0,9489	0,9524	0,3009	0,1414	0,8549	0,9405	1		
S3	0,3334	0,7584	0,7863	0,5361	0,3071	0,7238	0,9302	0,7766	0,1716	0,2569	0,5785	1	
S4	0,1453	0,5044	0,7746	0,648	0,1323	0,4637	0,8964	0,8757	0,0647	0,1087	0,3459	0,9627	1

Figura 5. Matriz de p-valores dos testes de identidade de modelos entre as equações de Huber (H), Newton (N) e Smalian (S) para seções de cubagem de 0,5, 1,0; 2,0; 3,0 e 4 m.

Figure 5. Matrix of p-values from the model identity tests between the Huber (H), Newton (N) and Smalian (S) equations for cubing sections of 0.5, 1.0, 2.0, 3.0 and 4 m.

Discussão

Efeito do tamanho das seções e das expressões matemáticas no cálculo dos volumes

Os resultados obtidos estão de acordo com as observações de Machado & Nadolny (1991), Machado et al. (2006), Miranda et al. (2013) e Souza et al. (2017), que preconizaram que independente do tamanho da seção e forma da árvore, Huber tende a subestimar o volume e Smalian tende a superestimar.

Efeito sobre as estimativas dos parâmetros do modelo volumétrico

O volume (vcc) obtido pela fórmula de Smalian tende a ser maior que o de Newton, que tende a ser maior que o Huber e a razão das diferenças entre eles, expressa por: $Razão = (vcc_{Smalian} - vcc_{Newton}) / (vcc_{Huber} - vcc_{Newton})$ tende a um valor igual a -2 (Weiskittel et al., 2011), ou seja, a diferença de Smalian para Newton é duas vezes a diferença de Huber para Newton, mas com sinal contrário. Esse padrão na razão das diferenças entre os volumes, isto é, ser

um valor aproximadamente -2, também se manteve considerando as estimativas dos parâmetros do modelo (Figura 3), pela distância entre os pontos que os representam.

Os resultados mostram uma tendência significativa de diminuição nos valores de β_0 à medida que o comprimento das seções de cubagem aumenta. Por outro lado, observa-se uma tendência estatisticamente significativa de aumento nos valores dos parâmetros β_1 e β_2 com o aumento dessas seções (Figura 3). Essas variações sugerem que o comprimento das seções de cubagem pode influenciar de maneira diferenciada os coeficientes β_0 , β_1 e β_2 . A diminuição de β_0 indica uma resposta decrescente na variável dependente conforme o aumento do comprimento das seções, enquanto o aumento de β_1 e β_2 pode indicar uma resposta crescente para esses parâmetros específicos. Essas observações são fundamentais para compreender como a variação no comprimento das seções de cubagem pode afetar os resultados do modelo, com base nos resultados estatísticos obtidos.

Efeito sobre as estimativas dos volumes estimados pelas equações

Analisando as estimativas da raiz quadrada do erro quadrático médio em porcentagem (*RQEQM%*) (Figura 4), observou-se uma tendência de menores erros oriundos do uso da fórmula de Smalian e de maiores erros para a fórmula de Huber. Cabe destacar ainda que a fórmula de Newton resultou em estimativas de erros intermediários e que o aumento do tamanho das seções no procedimento de cubagem resultou na elevação dos erros, independente da fórmula utilizada para totalizar o volume.

Estes resultados corroboram com as constatações de Campos (1988), que observou que o tamanho da seção de cubagem interfere diretamente na precisão das estimativas volumétricas. Seções menores tendem a produzir estimativas mais precisas dos volumes observados, pois capturam variações detalhadas na distribuição do material. No entanto, é crucial ponderar os custos e o tempo envolvidos na medição de seções menores. Conforme destacado por Silva et al. (2015), o aumento no número de seções de cubagem pode resultar em custos significativos devido à necessidade de maior tempo em campo e ao uso de recursos adicionais para processamento e análise dos dados. Aumentar a quantidade de seções pode, teoricamente, melhorar a precisão das estimativas, mas isso também acarreta maiores despesas operacionais e em tempo. A escolha do tamanho ideal das seções

de cubagem deve levar em conta esses aspectos, buscando um equilíbrio entre precisão, custo e eficiência operacional.

Testes de identidade de modelos

Foi observada uma maior semelhança entre os resultados obtidos pelas fórmulas de Huber e Newton, que se deve ao fato destas resultarem em estimativas mais precisas para seções com formato de cone, enquanto Smalian possui maior aderência para as formas de parabolóide, demonstrando a importância do emprego adequado do método de cubagem de acordo com a forma da seção (Lima et al., 2016; Campos & Leite, 2017). Estes resultados corroboram com os observados por Machado & Nadolny (1991), onde as fórmulas de Huber e Newton forneceram estimativas de volume mais próximas.

Também foi observado que nas comparações entre as equações ajustadas com base na mesma expressão matemática, aumentando-se o comprimento das seções de cubagem, há uma menor equivalência estatística entre as equações geradas com volumes obtidos com seções de 3 e 4 m para todas as fórmulas matemáticas avaliadas (Figura 5). Além disso, a diferença entre os ajustes das equações considerando as diferentes fórmulas para a determinação do volume, com o mesmo tamanho de seção de cubagem, é pequena.

Conclusões

O tamanho da seção no procedimento de cubagem de árvores afeta diretamente a precisão das estimativas de volume individual, sendo que seções de maiores tamanhos resultam em equações volumétricas que geram erros relativamente maiores.

Para seções de mesmo tamanho, as equações volumétricas ajustadas com dados obtidos pelo emprego das expressões matemáticas de Huber, Newton e Smalian não apresentaram diferenças estatisticamente significativas entre as estimativas volumétricas com os volumes reais das árvores (*p-valores* maiores). Mas aumentando-se o comprimento da seção, em alguns casos, as equações foram estatisticamente diferentes, mesmo para uma mesma expressão matemática.

Agradecimentos e fonte de financiamento

A pesquisa contou com apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e

Tecnológico (CNPq), que concedeu bolsa de estudo para o autor Carlos Alberto Ramos Domiciano.

Conflito de interesses

Os autores declaram não haver conflito de interesses.

Contribuição de Autoria

Carlos Alberto Ramos Domiciano: conceitualização, análise formal, investigação, metodologia, escrita - primeira redação, escrita - revisão & edição. **Carlos Pedro Boechat Soares:** conceitualização, escrita - revisão & edição. **Helio Garcia Leite:** conceitualização, escrita - revisão & edição. **Gilson Fernandes da Silva:** escrita - revisão & edição.

Referências

- Acerbi Junior, F. W. et al. Modelo para prognose do crescimento e da produção e análise econômica de regimes de manejo para *Pinus taeda* L. **Revista Árvore**, v. 26, n. 6, p. 699-713, 2002. <https://www.doi.org/10.1590/S0100-67622002000600007>.
- Batista, J. L. F. et al. **Quantificação de recursos florestais:** árvores, arvoredos e florestas. São Paulo: Oficina de Textos, 2014.
- Campos, J. C. C. **Dendrometria**. Viçosa, MG: UFV, 1988.
- Campos, J. C. C. & Leite, H. G. **Mensuração florestal:** perguntas e respostas. 5. ed. Viçosa, MG: UFV, 2017.
- Figueiredo Filho, A. et al. Testing accuracy of log volume calculation procedures against water displacement techniques (xylometer). **Canadian Journal of Forest Research**, v. 30, n. 6, p. 990-997, 2000. <https://www.doi.org/10.1139/x00-006>.
- Gomes, A. M. A. **Medição dos arvoredos**. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1957.
- Graybill, F. A. **Theory and application of the linear model**. Massachusetts: Ouxburg 239 Press, 1976.
- Gujarati, D. N. & Porter, D. C. **Econometria básica**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.
- Husch, B. et al. **Forest mensuration**. 4. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2003.
- Leite, H. et al. Classificação da capacidade produtiva de povoamentos de eucalipto utilizando diâmetro dominante. **Silva Lusitana**, v. 19, n. 2, p. 181-195, 2011.
- Lima, G. C. P. et al. Acuracidade de métodos de cubagem para estimativa do volume de *Pinus taeda* L. **BIOFIX Scientific Journal**, v. 1, n. 1, p. 74-82, 2016. <https://www.doi.org/10.5380/biofix.v1i1.49101>.
- Lustosa Junior, I. M. et al. Modelos de afilamento e otimização de multiprodutos de um povoamento de *Eucalyptus* não desbastado. **Revista de Agricultura Neotropical**, v. 4, n. 5, p. 59-65, 2017. <https://www.doi.org/10.32404/rean.v4i5.2216>.
- Machado, S. A. et al. Comparação de métodos de cubagem absolutos com o volume obtido pelo xilômetro para bracatinga (*Mimosa scabrella* Bentham). **Cerne**, v. 12, n. 3, p. 239-253, 2006.
- Machado, S. A. & Figueredo Filho, A. **Dendrometria**. 2. ed. Guavara: Unicentro, 2014.
- Machado, S. A. & Nadolny, M. C. Comparação de métodos de cubagem de árvores e de diversos comprimentos de seção. In: Congresso Florestal e do Meio Ambiente do Paraná, 3., 1991, Curitiba. **Anais [...]**. Curitiba: Associação Paranaense de Engenheiros Florestais, 1991.
- Martins, M. T. et al. Estimativas volumétricas em plantios de eucalipto para duas mesorregiões do Rio Grande do Sul. **BIOFIX Scientific Journal**, v. 6, n. 1, p. 28, 2021. <https://www.doi.org/10.5380/biofix.v6i1.75708>.
- Medeiros, R. A. et al. Growth and structural development of *Tectona grandis* in different cultivation systems in Brazil. **Journal of Agricultural Science**, v. 11, n. 8, p. 138-155, 2019. <https://www.doi.org/10.5539/jas.v11n8p138>.
- Menezes, L. D. S. et al. Taper modeling and economic evaluation of multi-products obtained from wood of short-rotation eucalyptus stands. **Floresta**, v. 50, n. 3, p. 1439, 2020. <https://www.doi.org/10.5380/ff.v50i3.60513>.
- Miranda, D. L. C. et al. Determinação do volume de toras da espécie *Mezilaurus itauba* (Meissn.) Taub. **Scientia Plena**, v. 9, n. 8, p. 1-7, 2013.
- Oliveira, J. M. D. de et al. Quantificação de volume de árvores utilizando cubagem rigorosa, modelo de afilamento e modelo volumétrico. **Agropecuária Científica no Semiárido**, v. 16, n. 3, p. 134, 2020. <https://www.doi.org/10.30969/acsa.v16i3.1269>.
- Oliveira, R. Z. G. & Garcia, C. Sobre métodos de obtenção do volume de toras de madeira. **Revista do Professor de Matemática**, v. 83, p. 10-15, 2014.
- R Core Team. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2022. Disponível em: <https://www.r-project.org/>. Acesso em: 16 dez. 2022.
- Schumacher, F. X. & Hall, F. D. S. Logarithmic expression of timber-tree volume. **Journal of Agricultural Research**, v. 47, n. 9, p. 719-734, 1933.
- Silva, A. B. et al. Impactos econômicos do aumento do número de seções de cubagem em florestas plantadas. **Revista Brasileira de Ciências Florestais**, v. 32, n. 2, p. 421-433, 2015.
- Souza, H. S. et al. Comparação de métodos de cubagem para eucalipto. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 35, n. 1, p. 17-26, 2017.

Weiskittel, A. R. et al. **Forest growth and yield modeling.**
Hoboken: John Wiley & Sons, 2011.