

Comportamento de Modelos Hipsométricos Tradicionais e Genéricos para Plantações de *Pinus oocarpa* em Diferentes Tratamentos

*Dalmo Arantes de Barros*¹

*Sebastião A. Machado*²

*Fausto Weimar Acerbi Júnior*³

*José Roberto S. Scolforo*⁴

RESUMO

Os objetivos deste estudo foram: a) testar diversos modelos hipsométricos tradicionais selecionados na literatura florestal; e b) observar seu ajuste e comportamento para diversos tratamentos. Paralelamente, foram também testados modelos denominados "genéricos", para todo o conjunto de dados. A base de dados foi obtida em plantios de *Pinus oocarpa*, pertencentes à empresa Duraflora S.A., no município de Agudos-SP. Esta base consistiu da altura e diâmetro de 1099 árvores distribuídas em 11 tratamentos, onde cada tratamento considerado consiste na combinação de diferentes idades com diferentes números de desbastes. A seleção do melhor modelo foi baseada nos seguintes critérios estatísticos de escolha: coeficiente de determinação ajustado, erro padrão residual em porcentagem e análise gráfica de resíduos. Devido à pequena variação entre as estatísticas dos modelos tradicionais dentro de cada tratamento, foi elaborado um ordenamento do desempenho dos modelos analisados (*ranking*). No cômputo geral, o modelo tradicional mais adequado para a estimativa da altura foi o modelo de Curtis. Entre os modelos genéricos, os de melhor desempenho foram os de números 6, 7 e 8. A hipótese de que os desbastes seletivos descaracterizam a relação hipsométrica foi

1. Engenheiro Florestal, Mestre, Departamento de Ciências Florestais/UFLA - Lavras, MG. dab@rznet.com.br

2. Professor Sênior do Departamento de Ciências Florestais/UFPR. sammac@floresta.ufpr.br

3. Professor Assistente do Departamento de Ciências Florestais/UFLA - Lavras, MG. fwacerbi@ufla.br

4. Professor Titular do Departamento de Ciências Florestais/UFLA - Lavras, MG. scolforo@ufla.br

confirmada pela redução gradativa dos R^2 à medida que se aumentou o número de desbastes. À medida que os povoamentos vão se tornando mais velhos e com maior número de desbaste, a estimativa das alturas para esses casos pode ser feita pela equação $\hat{h} = b_0$, sendo b_0 igual à altura média.

Palavras-chave: Relação hipsométrica, Modelos tradicionais, Modelos genéricos.

Behavior of Traditional and Generic Hypsometric Models for *Pinus oocarpa* Plantations for Different Treatments

ABSTRACT

The objectives of this research were: a) to test several traditional and generic hypsometric models; and b) to analyse their adjustments and performances according to age and number of thinnings. The data set came from measurements of diameter and height of 1099 trees distributed equitatively over 11 treatments with age ranging from 5 to 25 years, and number of thinnings varying from 0 (zero) to 6. Each treatment considered consists on the combination of different ages with different number of thinnings. The *Pinus oocarpa* stands belongs to Duraflora S/A, located in Agudos, State of São Paulo, Brazil. The selection of the best hypsometric model was based on adjusted coefficient of determination (R^2_{adj}), standard error of estimate and graphic analysis of residuals. Due to the small variation of model statistics for each treatment, a ranking of the models was performed. In a general way, the Curtis traditional model provided the best fit to the data. The models number 6, 7 and 8 had the best performance among the generic ones. The hypothesis that selective thinnings dissociate the hypsometric relationship was confirmed by the gradative reduction of the R^2 as the number of thinnings increased. As the stands became older, and the number of thinnings increased, the estimation of heights for these cases was obtained by using the equation $\hat{h} = b_0$, b_0 being equal to the average height.

Keywords: Hypsometric relationship, Traditional models, Generic models.

1. INTRODUÇÃO

A análise de regressão é uma ferramenta importantíssima para qualquer ciência. Esta técnica vem sendo também utilizada com muita freqüência no meio florestal, sendo usualmente empregada com muito sucesso na estimativa de volume de madeira em função do diâmetro e da altura das árvores. Assim ocorre à medida que, em inventários florestais, o diâmetro das árvores é muito mais facilmente medido que sua altura.

Com o intuito de reduzir custos durante a coleta de dados no inventário florestal, vários pesquisadores têm estudado a relação existente entre o diâmetro e a altura das árvores, denominada relação hipsométrica. Através dela é possível estimar a variável altura a partir da medição do diâmetro. Vários modelos matemáticos podem adequar-se à relação hipsométrica. Porém, o uso indiscriminado desta relação pode levar a erros consideráveis, uma vez que vários fatores podem influenciá-la, tais como: posição sociológica, sítio, idade, densidade e práticas silviculturais em geral. Diante da avaliação da influência de tais fatores, deve ser estudada a viabilidade da aplicação de equações genéricas, que permitam estimativas para um conjunto de dados originados de povoamentos florestais com características silviculturais diferentes. Dessa forma, os custos de processamento dos dados diminuirão muito, eliminando o trabalho de ajuste e seleção de equações mais adequadas para cada unidade amostral.

Outro aspecto positivo é que as medidas de precisão dos ajustes desses modelos tendem a ser superiores àqueles obtidos com o ajuste de modelos tradicionais, uma vez que os modelos genéricos apresentam como variáveis independentes, características inerentes ao povoamento que influenciam a relação h / d . Dentre tais características, menciona-se a idade, o sítio (expresso pela altura média das árvores dominantes) e a densidade.

A partir de Trorey (1932) a listagem de modelos matemáticos para ajustar a curva de altura sobre diâmetro tem crescido constantemente. Em sua grande maioria, os modelos usados são ditos “empíricos”, expressando apenas uma relação matemática racional entre as variáveis envolvidas. Diversos trabalhos, por exemplo, Scolforo (1997), Cardoso (1989), Bartoszeck (2000), apresentam inúmeros modelos matemáticos empíricos utilizados para o ajuste das relações hipsométricas.

Estudando os dados do pinheiro do paraná (*Araucaria angustifolia* Bert. O. Ktze), com amplitude de idade de 6 a 18 anos, Crechi et al. (1992) ajustaram o modelo de Henricksen ($h = b_0 + b_1 \cdot \text{Log } d$) para as diferentes idades, independentemente da densidade.

Blanco Jorge (1984) ao testar modelos para relação hipsométrica em povoamentos de *Pinus elliottii* Engel na Floresta Nacional de Três Barras, com idades de 14 a 20 anos, encontrou como mais eficiente uma equação que se originou da adição da variável combinada DAP x I (diâmetro x idade) ao modelo hiperbólico de Prodan.

Crechi (1996) citado por Bartoszeck (2000) selecionou o modelo genérico de Curtis para ajustar alturas totais de *A. angustifolia* em Missiones na Argentina, obtendo uma equação para cada densidade a diferentes idades de medição.

Oliveira & Oliveira (1988) utilizando 1983 árvores de seis povoamentos de regeneração natural de bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth), com idades entre 4,5 e 9,5 anos, de diferentes densidades e sítios, obtiveram a seguinte equação para se estimar a altura dessa espécie: $H = 5,0687 + 0,2930 \cdot D^2 + 0,0617 \cdot D \cdot H_{dom}$.

Sendo assim, este estudo é de grande importância, já que visa a obtenção de informações mais definidas para a aplicação correta das relações hipsométricas em florestas plantadas. Por este motivo, neste trabalho foram testados diversos modelos tradicionais selecionados na literatura, observando seus ajustes e comportamento para os diversos tratamentos considerados. Paralelamente foram também testados vários modelos, denominados "genéricos", para um único conjunto de dados resultante do agrupamento de todos os tratamentos. Nestes últimos são incluídas variáveis independentes que caracterizam e descrevem os povoamentos florestais.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Localização e caracterização da área em estudo

Os dados utilizados para desenvolver este estudo foram obtidos em plantios de *Pinus oocarpa* Schiede, pertencentes à empresa Duraflores S.A., situada na região sudoeste do estado de São Paulo, no município de Agudos.

Conforme informado por Golfari et al. (1978), esta região apresenta como características básicas, a periodicidade de chuvas, invernos secos com deficiência hídrica, precipitação anual entre 1100 e 1400 mm, geadas pouco freqüentes. A temperatura média anual varia entre 16 e 19°C, o tipo de clima é submontano ou subtropical moderado úmido, o tipo de vegetação natural predominante é constituído pela floresta estacional semidecidual e campos submontanos e, a altitude é de aproximadamente 900 metros.

2.2 Coleta de dados

Foram obtidos os diâmetros e as respectivas alturas de 1099 árvores distribuídas ao acaso dentro de cada classe de DAP em povoamentos florestais com diferentes idades e número de desbastes. De acordo com os tratamentos implementados na área, os valores mínimos e máximos dos DAP's e das alturas, bem como o número de desbastes e idade podem ser observados na Tabela 1. Foram, portanto, 11 tratamentos com 100 árvores cada, excetuando-se o tratamento "J" com 99 árvores.

TABELA 1. Caracterização dos tratamentos implementados na área em estudo.

Tratamento	Idade (anos)	nº de desbastes	nº de árvores	DAP (cm)		Altura (m)	
				mín.	máx.	mín.	máx.
A	5	0	100	4.4	20.4	5.2	12.7
B	6	0	100	6.1	20.3	8.2	16.3
C	7	0	100	6.3	24.1	7.9	17.8
D	8	1	100	7.1	23.1	10.5	18.8
E	10	2	100	9.2	26.2	13.2	20.9
F	11	2	100	7.2	23.1	10.4	19.8
G	12	3	100	7.1	25.4	10.5	20.5
H	15	4	100	18.0	32.1	19.3	28.0
I	19	5	100	20.5	42.2	23.0	28.9
J	22	6	99	25.0	43.5	24.0	29.6
L	25	6	100	27.5	49.0	22.8	28.4

O espaçamento inicial foi de 2,0 x 2,0 m, portanto com 2.500 árvores por hectare. O primeiro desbaste foi sistemático, retirando-se cada quinta linha, seguido de seletivo entre as fileiras, remanesecendo aproximadamente 1.500 árvores por hectare. Os demais desbastes foram seletivos remanesecendo aproximadamente 1000, 700, 500, 300 e 200 árvores por hectare após respectivamente o segundo, terceiro, quarto, quinto e sexto desbastes.

2.3 Modelos testados

Foram testados 14 modelos matemáticos tradicionais selecionados na literatura florestal (Tabela 2). Todos os modelos constantes na Tabela 2, foram independentemente ajustados para cada um dos tratamentos da Tabela 1, usando o pacote Sas System (SAS Institute, 1995), visando à obtenção dos coeficientes de regressão, dos parâmetros estatísticos de comparação e da análise de variância.

TABELA 2. Modelos tradicionais testados para estimativa da altura total.

Nº	MODELOS
1	$h = b_0 + b_1 \cdot \ln(d) + e_i$
2	$h = b_0 + b_1 \cdot (d^2) + e_i$
3	$h = b_0 + b_1 \cdot (d) + b_2 \cdot (d^2) + e_i$
4	$h = b_0 + b_1 \cdot (1/d) + e_i$
5	$h = b_0 + b_1 \cdot (1/d) + b_2 \cdot (1/d^2) + e_i$
6	$(d^2/h) = b_0 + b_1 \cdot (d) + b_2 \cdot (d^2) + e_i$
7	$\ln h = b_0 + b_1 \cdot \ln(d) + e_i$
8	$\ln h = b_0 + b_1 \cdot \ln(d^2) + e_i$
9	$\ln h = b_0 + b_1 \cdot (d) + b_2 \cdot (d^2) + e_i$
10	$\ln h = b_0 + b_1 \cdot (1/d) + e_i$
11	$\ln h = b_0 + b_1 \cdot (1/d) + b_2 \cdot (1/d^2) + e_i$
12	$h = b_0 + b_1 \cdot (d) + e_i$
13	$\ln h = b_0 + b_1 \cdot (1/d) + b_2 \cdot (d) + e_i$
14	$(1/h) = b_0 + b_1 \cdot (1/d) + e_i$

Posteriormente, foram testados 8 modelos genéricos. Os modelos testados incluem a variável diâmetro à altura do peito, altura dominante, diâmetro médio quadrático e idade, em suas diversas transformações como variáveis independentes, tanto em modelos aritméticos, como logarítmicos e não lineares.

TABELA 3. Modelos genéricos testados para o ajuste da equação hipsométrica, para os dados de todos os tratamentos agrupados.

N ^o	MODELOS
1	$(h / h_{dom}) = b_0 + b_1 \cdot (\ln d) + e_i$
2	$(h / h_{dom}) = b_0 + b_1 \cdot (d) + b_2 \cdot (d^2) + e_i$
3	$(h / h_{dom}) = b_0 + b_1 \cdot (d / h_{dom}) + b_2 \cdot (d^2 / h_{dom}) + e_i$
4	$\ln h = b_0 + b_1 \cdot (1 / d) + b_2 \cdot (1 / l) + b_3 \cdot (1 / d \cdot l) + e_i$
5	$(d / h - 1,3) = b_0 + b_1 \cdot (d) + b_2 \cdot (d^2) + b_3 \cdot (d \cdot l) + e_i$
6	$h = b_0 + b_1 \cdot (d) + b_2 \cdot (d^2) + b_3 \cdot (h_{dom}) + e_i$
7	$h = b_0 + b_1 \cdot d + b_2 \cdot h_{dom} + b_3 \cdot l + b_4 (d^2) + b_5 \cdot (l^2) + e_i$
8	$\ln h = b_0 + b_1 \cdot \ln (h_{dom}) + b_2 \cdot \ln (dg / d) + b_3 \cdot [1 / (l \cdot d)] + b_4 (1 / d) + e_i$

Os símbolos das Tabelas 2 e 3 referem-se a:

h = Altura total da árvore (m);

h_{dom} = Altura das árvores dominantes (m);

d = Diâmetro à 1,30 m do solo (cm);

l = Idade (anos);

dg = Diâmetro médio quadrático (cm)

ln = Logaritmo neperiano;

b_i = Parâmetros dos modelos a serem estimados;

e_i = Erro da estimativa.

De acordo com Cardoso (1989) a inclusão da altura dominante nos modelos deve-se ao fato de ser uma informação disponível durante todo ciclo de vida de um povoamento e por se tratar de uma variável que exprime a qualidade do sítio, sendo também pouco afetada por variações da densidade.

O modelo genérico 7 foi construído utilizando o método “stepwise”, o qual seleciona as variáveis que contribuem significativamente para o modelo, usando para tanto, os coeficientes de correlação parciais e os testes parciais “t” e “f”.

2.4 Seleção do melhor modelo

A seleção do melhor modelo foi baseada nos seguintes critérios estatísticos de escolha: coeficiente de determinação ajustado, erro padrão residual em porcentagem e análise gráfica de resíduos.

O coeficiente de determinação (R^2) expressa a quantidade de variação da variável dependente que é explicada pelas variáveis independentes. Quanto mais próximo for o valor do R^2 em relação à unidade, melhor terá sido o ajuste. Porém, é necessário reajustar esses coeficientes, para que seja possível comparar as equações, já que os graus de liberdade da regressão diferem entre os modelos testados. Este reajuste ou correção tem sido referido como Índice de Schlaegel e sua expressão matemática é:

$$R^2_{aj.} = 1 - \left(\frac{n-1}{n-p-1} \right) \cdot \frac{SQ_{res}}{SQ_{tot}}$$

Em que:

$R^2_{aj.}$ = Coeficiente de determinação ajustado;

n = Número de dados (tamanho da amostra);

p = Número de variáveis independentes do modelo em questão;

SQ_{res} = Soma de quadrado de resíduos;

SQ_{tot} = Soma de quadrados total.

O Índice de Schlaegel (IA) é uma estatística comparável ao R^2 ; esta estatística consiste em uma retransformação das predições dos valores estimados para a unidade original. Quando se trata de equações aritméticas o valor de IA é igual ao valor de R^2 ; portanto, este índice serve como um comparador de equações de diferentes naturezas. Na discussão dos resultados pertinente a esse tema, o Índice de Schlaegel foi tratado como R^2 .

O erro padrão residual (S_{yx}) é outra estatística muito usada para o julgamento da performance de ajuste de equações de regressão, sendo desejável que se obtenha o menor valor. É importante registrar que para os modelos onde a variável dependente sofreu transformação, torna-se necessário retransformar o erro padrão residual, a fim de possibilitar a comparação estatística das equações.

Esta retransformação consistiu no seguinte procedimento:

$$\text{nova } S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum (h_i - \hat{h}_i)^2}{n - p - 1}}$$

Em que:

S_{yx} = Erro padrão residual em metros;

h_i = Altura observada (m);

\hat{h}_i = Altura estimada pelos modelos (m);

n = Número de dados;

p = Número de variáveis independentes do modelo em questão.

Mesmo que todos os estimadores de ajuste sejam bons indicadores para a escolha do melhor modelo, a análise gráfica de resíduos é decisiva, pois permite detectar se há ou não tendenciosidade na estimativa da variável dependente ao longo de toda linha de regressão, se os resíduos são independentes, e se há homogeneidade de variância. Como a avaliação gráfica é visual, pode envolver alguma subjetividade, por isso é usada em conjunto com as estatísticas citadas anteriormente.

Para facilitar o processo de seleção do melhor modelo, procedeu-se a um ordenamento dos 14 modelos tradicionais testados, para os 11 tratamentos analisados. Segundo Bartoszeck (2000) o objetivo de se fazer uma ordenação, é saber qual modelo, em média, teve a melhor performance. Considerando as estatísticas de precisão pertencentes a cada ajuste por tratamento individual, foi atribuída nota 1 à equação que apresentou a melhor performance quanto ao $R^2_{aj.}$, nota 2 àquela que se apresentou em segundo lugar e assim sucessivamente. O mesmo procedimento foi adotado com relação ao $S_{yx}\%$. Após a classificação individual, foi feita a soma desta pontuação, e no cômputo geral, a equação que recebeu o menor valor foi recomendada como a mais adequada para uso.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Seleção das equações tradicionais

Na Tabela 4 são apresentados os resultados pertinentes aos ajustes dos 14 modelos tradicionais de relação hipsométrica, com seus respectivos parâmetros estatísticos de precisão (R^2 aj., Syx e Syx%) para o tratamento D a título exemplificativo. Tabelas similares à Tabela 4 foram obtidas para todos os demais tratamentos, as quais poderão ser examinadas no trabalho de Barros (2000).

TABELA 4. Coeficientes dos ajustes e estatísticas de precisão para o tratamento D (8 anos e 1 desbaste).

Modelo	Coeficientes			R^2 ajustado	Syx (m) corrigido	Syx % corrigido
	b_0	B_1	B_2			
1	-0,87321	5,92134		0,6308	0,97056	6,56
2	12,00051	0,01288		0,5408	1,08238	7,31
3	3,65312	1,14203	-0,02454	0,6366	0,96285	6,51
4	20,41023	-77,32879		0,6281	0,97403	6,59
5	22,26780	-125,29950	293,42568	0,6317	0,96939	6,55
6	2,19575	0,06163	0,05185	0,6330	0,97752	6,60
7	1,59389	0,41361		0,6390	0,98416	6,65
8	1,59389	0,20680		0,6390	0,98416	6,65
9	1,84808	0,08869	-0,00202	0,6508	0,96139	6,50
10	3,08452	-5,45620		0,6495	0,96608	6,53
11	3,13734	-6,82027	8,34365	0,6471	0,97042	6,56
12	8,90005	0,40890		0,5984	1,01218	6,84
13	3,01911	-5,03366	0,00241	0,6463	0,97142	6,56
14	0,04009	0,39015		0,6633	0,96891	6,55

Para o tratamento D (povoamento de *Pinus oocarpa* com 8 anos e 1 desbaste) observou-se que, de modo geral, os 14 modelos testados apresentaram bom desempenho com valores de R^2 aj., variando de 0,5408 a 0,6633, respectivamente, para os modelos 2 e 14. Todos os modelos testados apresentaram valores para o erro padrão residual inferiores a 7%, com exceção do modelo 2 que apresentou Syx% de 7,31%.

Nos tratamentos A, B, C, E, F e G, os 14 modelos testados apresentaram desempenho semelhante ao tratamento D, com R^2_{aj} variando de 0,5190 (modelo 2 do tratamento E) a 0,7782 (modelo 14 do tratamento C) e $Sy\%$ variando de 5,02% (modelo 3 do tratamento E) a 11,16% (modelo 2 do tratamento A). Já para os tratamentos H, I, J, e L, os modelos apresentaram um comportamento diferente, com valores mais baixos de R^2_{aj} , variando de 0,0004 (modelo 11 do tratamento J) a 0,4242 (modelo 6 tratamento H) e menores $Sy\%$ sendo estes sempre inferiores a 6%. À guisa de exemplo são apresentadas as Tabelas 5 e 6, respectivamente para os tratamentos H e L.

Esta variação encontrada para os coeficientes de determinação dos modelos é explicada pelas diferentes situações peculiares a cada um dos 11 tratamentos. Como se pode observar na Tabela 1, os tratamentos se diferenciaram pela combinação de dois fatores básicos, idade e número de desbastes. Por exemplo, o tratamento A foi constituído de *Pinus oocarpa* com 5 anos de idade e nenhum desbaste; já o tratamento E, tinha 10 anos e dois desbastes, enquanto que no tratamento L o povoamento tinha 25 anos e 6 desbastes.

É interessante ressaltar que os tratamentos com piores valores para o coeficiente de determinação são também os de menor desempenho quando analisados pelo erro padrão residual. Deste modo, os tratamentos com mais de 4 desbastes possuem menores R^2 e também menores erros. Esta constatação se deve ao fato da baixa correlação simples entre diâmetro e altura, nesses tratamentos, resultando, por conseguinte, em baixos valores para o coeficiente de determinação das equações ajustadas.

Na realidade, a baixa correlação e o menor erro encontrados nos tratamentos com mais idade e com maior número de desbastes, é devido à homogeneização das alturas, ou seja, árvores com diferentes diâmetros podem apresentar mesmas alturas. Isto significa que os desbastes vão descaracterizando a relação hipsométrica e que na verdade, nesses casos, a altura estimada se aproxima da altura média. Esta afirmativa pode ser corroborada ao se analisar os gráficos referentes à distribuição das alturas sobre os respectivos diâmetros (Figura 1), onde observa-se as tendências da relação diâmetro sobre altura para alguns dos tratamentos abordados neste estudo. Observa-se, nessa figura, que há uma evidente tendência ascendente e curvilínea da relação altura sobre diâmetro, para os tratamentos mais novos sem, ou com poucos desbastes. Isto não se verifica para os tratamentos mais velhos e com mais desbastes.

TABELA 5. Coeficientes dos ajustes e estatísticas de precisão para o tratamento H (15 anos e 4 desbastes).

Modelo	Coeficientes			R ² ajustado	Syx (m) corrigido	Syx % corrigido
	b ₀	b ₁	b ₂			
1	0,02871	7,47144		0,4189	1,27225	5,35
2	20,10224	0,00611		0,4161	1,27522	5,36
3	15,11466	0,40776	-0,00205	0,4140	1,27752	5,37
4	31,27018	-178,05964		0,4134	1,27825	5,37
5	37,67897	-486,75068	3641,4628	0,4140	1,27751	5,37
6	-3,92740	0,64860	0,02207	0,4242	1,27932	5,38
7	2,17064	0,31324		0,4128	1,27185	5,35
8	2,17064	0,15662		0,4128	1,27185	5,35
9	2,75488	0,02108	-0,00017	0,4071	1,27815	5,37
10	3,48099	-7,47854		0,4089	1,27633	5,37
11	3,69419	-17,74788	121,14191	0,4070	1,27793	5,37
12	16,35449	0,30589		0,4198	1,27125	5,34
13	3,04902	-2,32944	0,00887	0,4070	1,27809	5,37
14	0,02898	0,31566		0,4020	1,27155	5,35

TABELA 6. Coeficientes dos ajustes e estatísticas de precisão para o tratamento L (25 anos e 6 desbastes).

Modelo	Coeficientes			R ² ajustado	Syx (m) corrigido	Syx % corrigido
	b ₀	b ₁	b ₂			
1	18,64808	2,12724		0,0477	1,18109	4,50
2	25,38100	0,00066		0,0309	1,19149	4,54
3	11,45316	0,75895	-0,00948	0,0860	1,15714	4,41
4	28,54598	-81,07965		0,0557	1,17615	4,48
5	17,82067	686,01694	-13472,00	0,0813	1,16006	4,42
6	25,62347	-1,33149	0,05497	0,0955	1,16288	4,43
7	2,97387	0,08191		0,0475	1,18182	4,50
8	2,97387	0,04096		0,0475	1,18182	4,50
9	2,69775	0,02917	-0,00036	0,0854	1,15733	4,41
10	3,35500	-3,12192		0,0554	1,17687	4,48
11	2,94221	26,40169	-518,52225	0,0809	1,16031	4,42
12	24,31070	0,05389		0,0393	1,18628	4,52
13	4,17938	-17,78000	-0,01138	0,0835	1,15867	4,42
14	0,03477	0,12048		0,0551	1,17824	4,49

Como forma de avaliar a qualidade dos ajustes, além de calcular o erro padrão residual em porcentagem, também utilizou-se dos gráficos de distribuição de resíduos em função do dap (Figura 2).

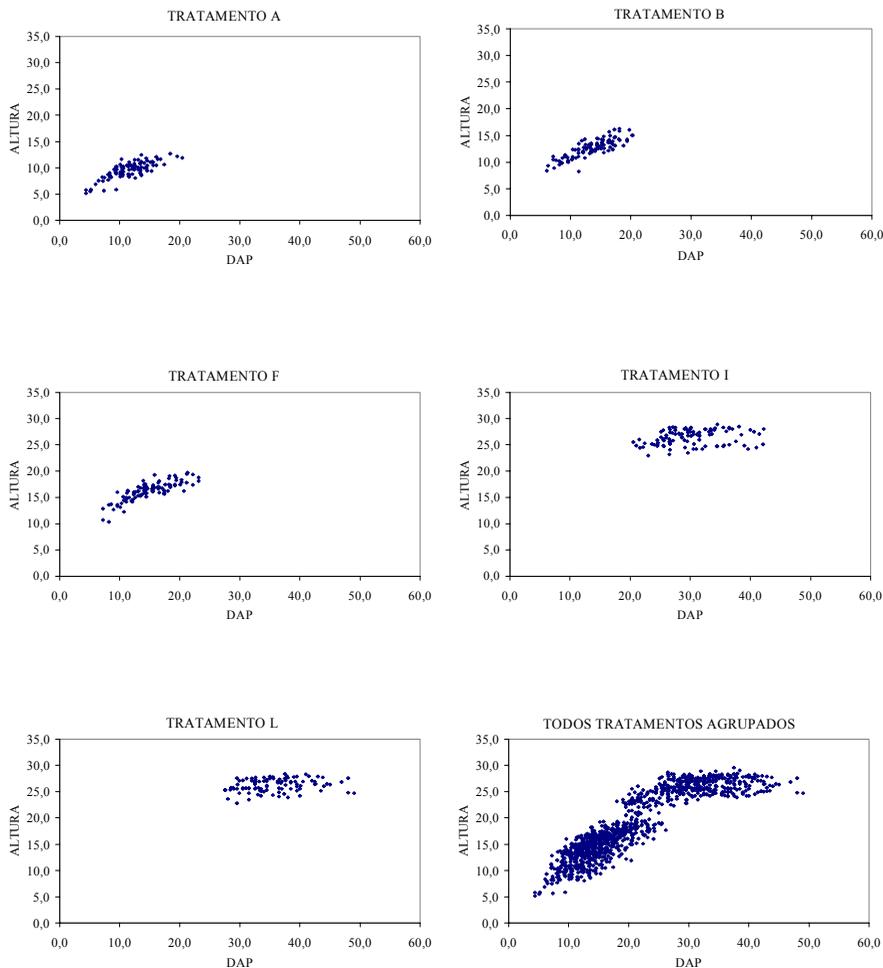


Fig. 1. Dispersão da altura sobre diâmetro para alguns tratamentos.

Para os tratamentos com mais de 15 anos e mais de 4 desbastes, observou-se que os valores para o coeficiente de determinação se mantiveram muito baixos. De acordo com Machado et al. (1994) este fato é explicado pela alta homogeneidade dos dados, gerada pela baixa variação, principalmente das

alturas, como pode ser observada na Tabela 1. Esta baixa variação caracterizada nos povoamentos com maior número de desbastes e, conseqüentemente, mais velhos, é ocasionada pela baixa correlação natural entre o diâmetro e altura das árvores remanescentes.

Os valores para R^2 tendem a diminuir à medida que se aumenta a idade e principalmente, o número de desbastes. No entanto, há uma tendência dos valores para $Sy\%$ irem diminuindo à medida que se aumenta o número de desbastes.

De um modo geral a análise gráfica dos resíduos mostra que não há tendenciosidade para quase todos os 14 modelos tradicionais testados como mostra a Figura 2 (para alguns dos 14 modelos ajustados para o tratamento D).

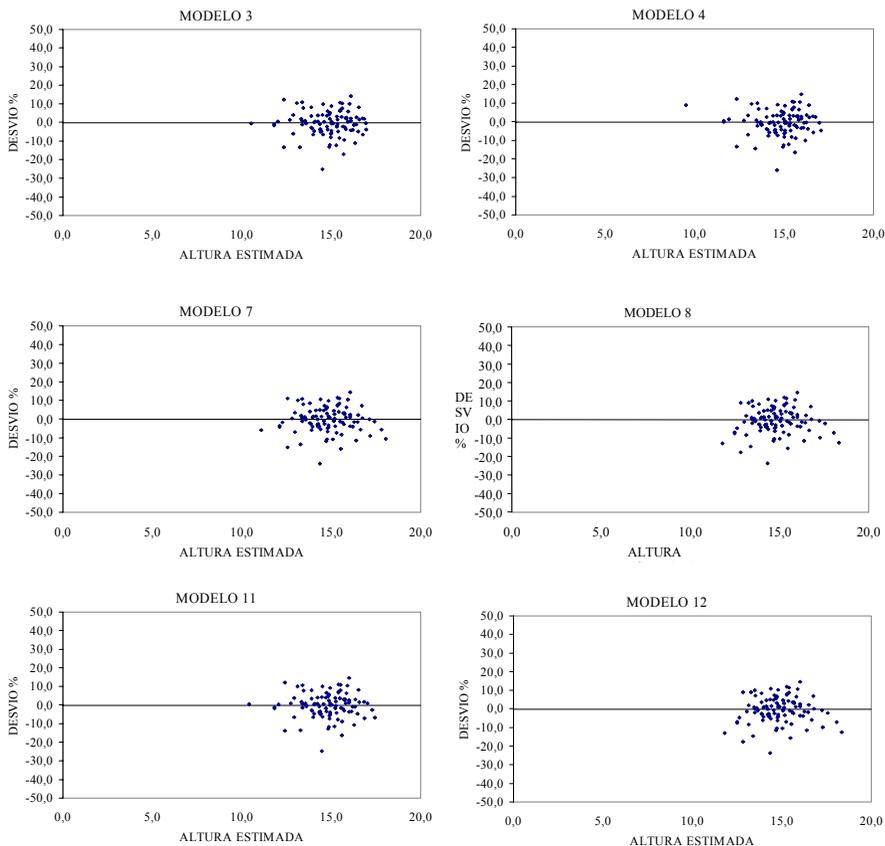


Fig. 2. Dispersão dos resíduos em % em função da altura para o tratamento D.

Conforme citado na metodologia, a seleção do melhor modelo para cada tratamento foi realizada em uma primeira etapa baseada nos critérios R^2 e $Syx\%$, complementada com a análise gráfica de resíduos. No entanto, houve grande dificuldade para essa seleção uma vez que as variações entre os R^2 e $Syx\%$ encontradas dentro de cada tratamento foram muito pequenas e a análise gráfica dos resíduos, por ser um critério visual. Em alguns casos, ainda persistiu a existência de dúvidas.

Quando se construiu graficamente a curva de altura sobre diâmetro para os valores estimados através dos diferentes modelos hipsométricos, algumas tendências puderam ser observadas. Assim, por exemplo, para o tratamento D, ficou caracterizada a superioridade do modelo 10, por manter a homogeneidade desejada ao longo de toda linha estimativa, além dos bons valores encontrados de R^2 e de erro padrão residual, conforme mostra a Tabela 4.

Ao analisar-se graficamente a distribuição de resíduos do modelo 2, percebeu-se uma suave tendência à subestimativa das alturas nas menores classes, e ainda uma amplitude excessiva, puxando a curva para baixo no último terço da distribuição.

Modelos de natureza matemática mais simples, tal como o modelo 1, também demonstraram eficiência na estimativa da altura. Neste caso, embora não apresentando o maior valor do coeficiente de determinação, (0,6308) ficou caracterizado seu bom desempenho, por possuir um baixo valor do erro e uma boa configuração ao longo de toda linha estimativa, porém com uma amplitude dos desvios ligeiramente elevada no segundo terço da curva. O mesmo ocorreu com o modelo 7.

Com o passar dos anos e conseqüente aplicação de desbastes sucessivos, pôde-se constatar um encurtamento lógico do comprimento da curva de altura sobre diâmetro. Este fato pode ser explicado pelo próprio fundamento básico do desbaste seletivo, que promove a retirada de árvores nas classes diamétricas mais baixas para favorecer o desenvolvimento das demais; em decorrência deste fato, as árvores remanescentes do povoamento tendem a ter suas dimensões aumentadas, ficando restritas às maiores classes diamétricas.

A fim de determinar, de um modo geral, qual modelo em média foi mais adequado para se estimar a altura, foi confeccionado um ordenamento (ranking).

Como foi possível verificar, os modelos 2, 12 e 8, de acordo com o ranqueamento obtiveram as maiores pontuações, fato que descarta a possibilidade de uso dos mesmos; porém os modelos 3, 10 e 9, conseguiram os menores somatórios e conseqüentemente se caracterizaram pela eficiência na estimativa da altura em média para todos os tratamentos em questão.

3.2 Ajuste das equações tradicionais para todos tratamentos agrupados

Os mesmos 14 modelos testados independentemente para os 11 tratamentos, foram também ajustados para os dados de todos esses tratamentos agrupados em um único conjunto.

Como se pôde observar na Tabela 7, os $R^2_{aj.}$ foram, de modo geral, maiores do que aqueles obtidos nos ajustes dos mesmos modelos para cada um dos tratamentos isoladamente. Esse fato provavelmente se prenda à grande massa de pares de valores altura-diâmetro usada para o ajuste.

Na mesma Tabela 7, nota-se também que os erros padrões residuais ($Syx\%$) são sensivelmente maiores do que aqueles obtidos para cada um dos tratamentos isoladamente. Ao agrupar os dados, aumentou-se a variabilidade das variáveis envolvidas na relação hipsométrica. O último gráfico de dispersão da altura sobre o diâmetro exibido na Figura 1 mostra claramente que os dados agrupados, na realidade pertencem a duas populações distintas. Uma para as idades de 5 a 12 anos e outra para as idades de 15 a 25 anos.

TABELA 7. Coeficientes dos ajustes e estatísticas de precisão para todos os tratamentos agrupados.

Modelo	Coeficientes			R ² ajustado	Syx (m) corrigido	Syx % corrigido
	b ₀	b ₁	b ₂			
1	-17,49265	12,29724		0,8368	2,44222	13,27
2	12,71790	0,01129		0,7110	3,24977	17,66
3	-0,78110	1,30628	-0,01498	0,8589	2,27096	12,34
4	29,58102	-187,24860		0,7224	3,18493	17,31
5	36,22237	-396,56840	1353,8905	0,8326	2,47337	13,44
6	6,07291	0,11271	0,03031	0,8375	2,43788	13,25
7	0,81953	0,69738		0,8212	2,49877	13,58
8	0,81953	0,34869		0,8212	2,49877	13,58
9	1,63912	0,08801	-0,00116	0,8363	2,17047	11,80
10	3,51602	-11,07175		0,7708	2,63250	14,31
11	3,76658	-18,96879	51,07844	0,8185	2,34606	12,75
12	6,35127	0,58890		0,8127	2,61655	14,22
13	2,91447	-6,41923	0,01582	0,8135	2,56753	13,95
14	0,01781	0,72741		0,7722	2,42448	13,18

Embora os índices de ajuste e precisão (R²aj. e Syx%) indiquem que os modelos testados ajustaram-se razoavelmente bem aos dados agrupados, a análise gráfica dos resíduos para alguns desses modelos, apresentada na Figura 3, indicou fortes tendenciosidades nas estimativas da altura e que, portanto, não se pode fazer o agrupamento proposto. Este procedimento demonstrou, também, que nenhum modelo matemático (equação ajustada) deve ser aceito, sem que antes proceda-se a uma análise gráfica de resíduos.

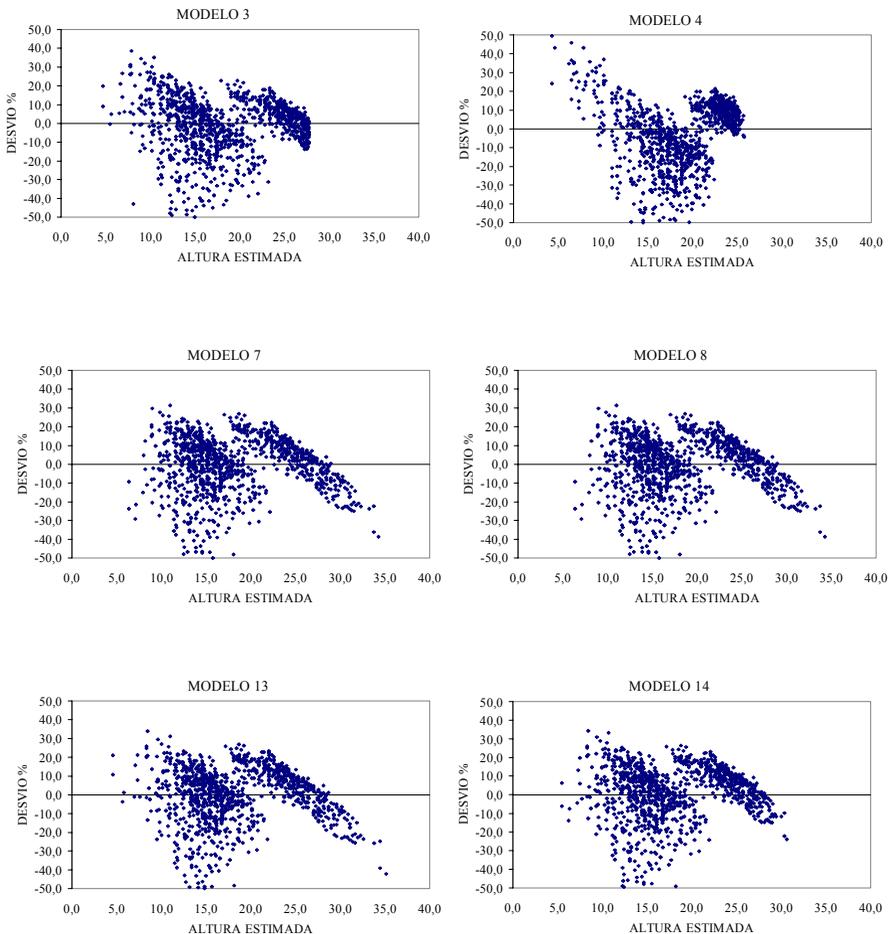


Fig. 3. Dispersão dos resíduos em % em função da altura estimada para alguns modelos ajustados para todos os tratamentos agrupados.

Tendo em vista que os resultados obtidos para o agrupamento de todos os tratamentos não foram satisfatórios, resolveu-se dividir o conjunto total de dados em dois subconjuntos e testar os 14 modelos para cada um deles. A Tabela 8 apresenta os resultados para o subconjunto de dados pertencentes às idades de 5 a 12 anos (1), enquanto a Tabela 9 apresenta os resultados para o subconjunto de dados de 15 a 25 anos (2).

TABELA 8. Coeficientes dos ajustes e estatísticas de precisão para o subgrupo 1 (5, 6, 7, 8, 10, 11 e 12 anos).

Modelo	Coeficientes			R ² ajustado	Syx (m) corrigido	Syx % corrigido
	b ₀	b ₁	b ₂			
1	-6,13056	7,73235		0,5568	1,94194	13,57
2	10,40407	0,01712		0,4842	2,09491	14,63
3	1,91392	1,16808	-0,02042	0,5555	1,94477	13,59
4	20,92831	-89,21795		0,5235	2,01358	14,07
5	24,20836	-165,31760	390,01043	0,5521	1,95205	13,64
6	0,58807	0,50727	0,03244	0,5458	1,96855	13,75
7	1,04923	0,60069		0,5541	1,84140	12,86
8	1,04923	0,30035		0,5541	1,84140	12,86
9	1,50695	0,11570	-0,00245	0,5535	1,83298	12,81
10	3,16892	-7,16846		0,5574	1,83227	12,80
11	3,27527	-9,63577	12,64496	0,5618	1,82394	12,74
12	6,25414	0,55178		0,5355	1,98804	13,89
13	2,88166	-5,50502	0,01122	0,5633	1,82367	12,74
14	0,02763	0,61979		0,5747	1,84391	12,88

TABELA 9. Coeficientes dos ajustes e estatísticas de precisão para o subgrupo 2 (15, 19, 22 e 25 anos).

Modelo	Coeficientes			R ² ajustado	Syx (m) corrigido	Syx % corrigido
	b ₀	b ₁	b ₂			
1	8,84537	4,93908		0,3266	1,47088	5,72
2	23,54560	0,00215		0,2303	1,57246	6,12
3	8,07398	1,00455	-0,01351	0,4137	1,37244	5,34
4	30,76957	-150,48110		0,3655	1,42768	5,56
5	22,97534	299,94584	-6219,5248	0,4118	1,37458	5,35
6	14,03105	-0,75956	0,04806	0,4137	1,37242	5,34
7	2,56294	0,19958		0,3343	1,47817	5,75
8	2,56294	0,09979		0,3343	1,48003	5,76
9	2,52577	0,04100	-0,00055	0,4260	1,37050	5,33
10	3,44919	-6,09100		0,3755	1,43326	5,58
11	3,11957	12,95812	-263,03133	0,4277	1,36884	5,33
12	21,02189	0,15094		0,2797	1,52119	5,92
13	4,12297	-15,67657	-0,01132	0,4335	1,36260	5,30
14	0,03076	0,24780		0,3836	1,44569	5,62

Como se pode observar nas Tabelas 8 e 9, de um modo geral, os valores dos coeficientes de determinação diminuíram sensivelmente com relação aos ajustes para todos os tratamentos agrupados.

Para o subgrupo 1, representado pela união dos tratamentos com 5, 6, 7, 8, 10, 11 e 12 anos, foi detectada uma redução significativa dos valores de R^2 . O menor valor de R^2 encontrado foi 0,4842 para o modelo 2, já o maior valor foi igual a 0,5747, para o modelo 14. Concomitantemente aos valores de R^2 obtidos para o subgrupo 1, os valores para o erro padrão residual em porcentagem se mantiveram, em média, idênticos aos verificados para os ajustes da Tabela 7, ou seja, eles se mantiveram estáveis com relação às equações para todos tratamentos agrupados.

Para o subgrupo 2, formado pelos tratamentos H, I, J, e L, com idades variando de 15 a 25 anos, os resultados dos ajustes dos 14 modelos, demonstraram, no que diz respeito ao R^2 , resultados inferiores aos obtidos para o subgrupo 1. Os valores de R^2 dos modelos ajustados para o subgrupo 2, variaram de 0,2303 para o modelo 2 a 0,4335 para o modelo 13. Por outro lado, cabe ressaltar que os valores para $Syx\%$ dos modelos ajustados caíram pela metade, fato este que se contrapõe aos baixos valores de R^2 encontrados. Verifica-se na Tabela 9, que houve pouca variação entre os $Syx\%$, sendo que eles variaram de 5,30% no modelo 13 a 6,12% para o modelo 2.

Contudo, a distribuição gráfica dos resíduos demonstrou tanto para o subgrupo 1, quanto para subgrupo 2, uma grande melhora com relação à qualidade dos ajustes para todos os tratamentos agrupados, embora ainda haja tendenciosidades para alguns modelos. No entanto, ficou caracterizada a quebra do efeito da formação dos dois blocos de pontos observado na Figura 3; porém analisando individualmente os gráficos, ficou clara a superioridade da distribuição gráfica dos modelos 4 e 10 para o subgrupo 2. Para o subgrupo 1, notou-se que fica impossibilitado o uso de qualquer modelo, devido à inadequação gráfica dos resíduos, mostrando tendenciosidades ao longo da linha estimativa.

3.3 Ajuste dos modelos genéricos

Visando minimizar os erros encontrados nas equações hipsométricas tradicionais, optou-se também pelo ajuste dos modelos genéricos. Estes modelos se diferem dos ajustados anteriormente pela inclusão de algumas variáveis independentes características do povoamento, como altura dominante, idade e diâmetro médio quadrático (dg). Sendo assim, o ajuste foi feito a partir da união de todos os tratamentos numa única base de dados, na qual há variação da altura dominante, idade e dg.

Os modelos genéricos testados neste estudo foram obtidos através de uma intensa revisão de literatura, e estão apresentados na Tabela 3.

Observou-se que os modelos 1 a 3 usam a razão entre a altura total ou diâmetro e a altura dominante, quer seja na variável dependente ou nas variáveis independentes; além desses, e com exceção do modelo 6, os demais são caracterizados pela inclusão da variável idade, além da altura dominante, o que possibilita um maior controle das alturas dentro dos modelos. Foram ainda testados dois modelos logarítmicos (modelos 4 e 8) e um construído pelo processo "stepwise" (modelo 7).

Conforme a sistemática utilizada por Cardoso (1989) foram utilizados alguns modelos com mais de uma variável independente, o que, segundo essa autora, torna mais flexível à equação, abrangendo toda e qualquer pequena variação na distribuição dos dados.

Os resultados obtidos pelos ajustes dos modelos genéricos induzem a considerar a possibilidade de melhores ajustes confrontantemente aos ajustes dos modelos tradicionais. Os valores para o coeficiente de determinação encontrados para os oito modelos testados variaram de 0,8772 no modelo 5, a 0,9637 para o modelo 7. Já os valores para o erro padrão residual encontrados variaram entre 6,24 % a 11,44 % respectivamente para os modelos 7 e 5, conforme resultados apresentados na tabela 10.

Observa-se que os coeficientes de determinação dos modelos genéricos, de um modo geral, são mais altos do que seus homônimos dos modelos tradicionais. No entanto, essa superioridade dos modelos genéricos não foi verificada quando se usa o erro padrão residual como comparador. Quanto a esta

estatística, os modelos genéricos tiveram performances mais ou menos similares aos modelos denominados tradicionais ajustados por tratamento, porém muito superiores a esses quando ajustados para todo conjunto de dados.

De acordo com a distribuição gráfica dos resíduos (Figura 4), foi possível perceber nitidamente a formação de três agrupamentos ao longo da linha estimativa; o primeiro grupo situado em torno dos 10 metros de altura estimada, o segundo em torno de 15 metros e o terceiro no final da linha estimativa. Esta segregação é natural, pois como já foi citado anteriormente, os tratamentos diferem entre si na idade dos povoamentos. Assim, tem-se neste estudo povoamentos com 5, 6, 7 e 8 anos, o que caracteriza o primeiro agrupamento; 10, 11 e 12 anos, caracterizando o segundo e 15, 19, 22, e 25 anos o terceiro. Em muitos modelos o primeiro e o segundo grupos se fundiram resultando na formação de apenas dois maciços de pontos.

TABELA 10. Coeficientes dos ajustes dos modelos genéricos e estatísticas de precisão.

Modelo	Coeficientes						R ²	Syx corrigido	Syx % corrigido
	b ₀	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅			
1	0,31029	0,20601					0,9549	1,31067	7,11
2	0,49257	0,03257	-				0,9558	1,29272	7,01
			0,00049						
3	0,61348	0,28788	0,00044				0,9286	1,49906	8,13
4	3,71186	-7,74221	-	14,9705			0,9412	1,42838	7,74
			4,92021	2					
5	0,98950	0,00416	0,00106	-			0,8772	2,11044	11,44
				0,00137					
6	-	0,65700	-	0,74669			0,9627	1,16726	6,33
	5,68837		0,00828						
7	-	0,67462	0,59291	0,28666	-	-	0,9637	1,15024	6,24
	5,26628				0,00885	0,0053			
						3			
8	0,63251	0,85357	0,00288	-	-		0,9606	1,16673	6,32
				2,54085	4,74605				

Observando-se os valores de R² e Syx% dos oito modelos genéricos, constantes na Tabela 10, verifica-se que os de número 6, 7 e 8 apresentaram os melhores resultados, com pequenas diferenças entre eles. A análise gráfica de resíduos confirmou que qualquer um desses três modelos proporcionou estimativas sem tendências, apesar dessa distribuição apresentar-se dividida em dois blocos ao longo de toda a linha estimativa, conforme se observa na

Figura 4, para o caso dos modelos 6 e 7. Similar configuração gráfica de resíduos ocorreu também para o modelo 8.

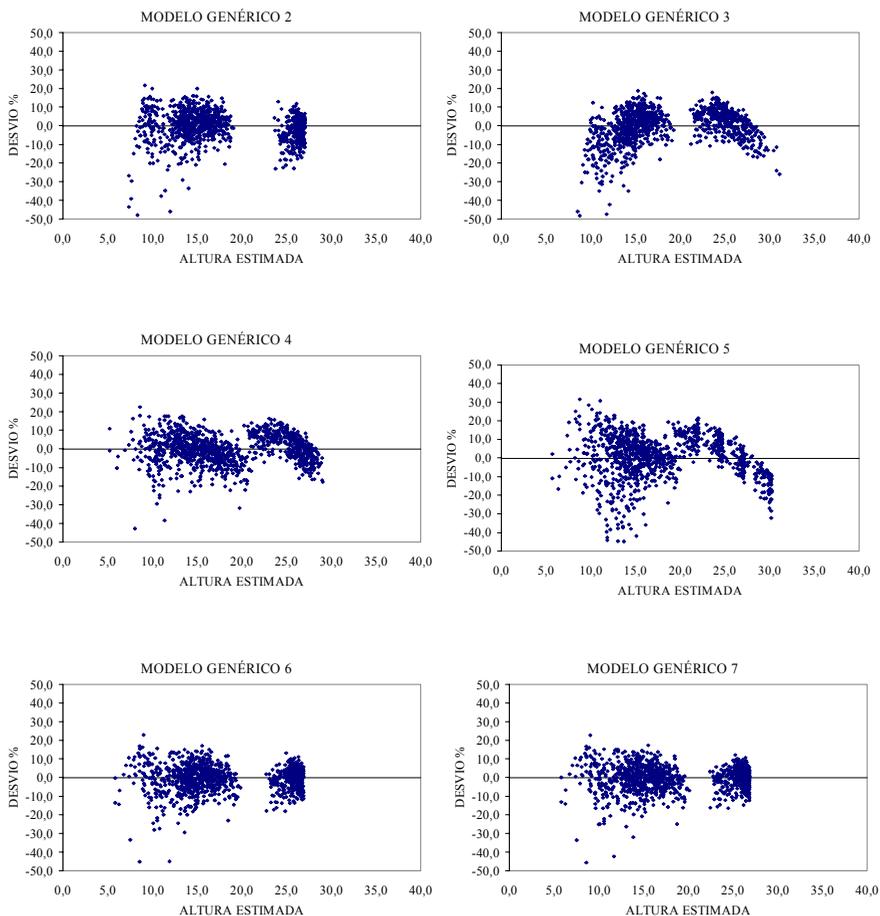


Fig. 4. Dispersão dos resíduos em % em função da altura estimada para os modelos genéricos.

Também analisando a distribuição dos resíduos fica nítida a inadequação de alguns modelos, tais como o de número 3, que apesar de apresentar erro igual a 8,13%, e um valor de R^2 de 0,9286, mostrou tendenciosidades. Os modelos genéricos 4 e 5 seguem a mesma lógica, com distribuição gráfica de resíduos tendenciosa para a maior parte da linha estimativa.

4. CONCLUSÕES

A hipótese de que os desbastes descaracterizam a relação hipsométrica foi confirmada pela redução gradativa dos R^2 à medida que se aumentava o número de desbastes aplicados aos povoamentos florestais, indicando a inexistência de regressão da altura sobre o diâmetro.

À medida que os povoamentos vão se tornando mais velhos e com maior número de desbaste, apesar dos R^2 serem muito baixos, os $Syx\%$ também são muito baixos, indicando que a estimativa das alturas para esses casos pode ser feita pela equação $\hat{h} = b_0$, sendo b_0 igual à altura média (\hat{h}) para qualquer que seja o dap.

Através do ordenamento dos modelos tradicionais, ajustados separadamente para cada um dos tratamentos, concluiu-se que os modelos 3, 10 e 9 apresentaram, em média, melhores desempenhos para prever a altura total em função do dap.

O ajuste dos modelos tradicionais para todos os tratamentos agrupados mostrou-se inadequado, tendo em vista que ao agrupá-los formaram-se dois maciços distintos de dados. Neste caso obteve-se R^2_{aj} elevados para a maioria dos modelos, porém $Syx\%$ também elevados e distribuição de resíduos tendenciosa.

Alguns dos modelos genéricos testados, notadamente os que incluem a altura dominante, tais como o 6, 7 e 8, apresentaram performance satisfatória no que se refere aos valores de R^2 e $Syx\%$, bem como distribuição gráfica de resíduos.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARROS, D. A. de. **Comportamento da relação hipsométrica para plantações de *Pinus oocarpa* em diferentes idades e regimes de manejo.** Lavras: Universidade Federal de Lavras, 2000. 105 p. Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Florestal, área de concentração em Florestas de Produção.

BARTOSZECK, A. C. P. S. **Evolução da relação hipsométrica e da distribuição diamétrica em função dos fatores idade, sítio e densidade inicial em bracatingais da região metropolitana de Curitiba.** 2000. 214 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná.

CARDOSO, D. J. **Avaliação da influência dos fatores sítio, idade, densidade e posição sociológica na relação hipsométrica para *Pinus taeda* nas regiões central e sudoeste do Estado do Paraná.** 1989. 115 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

CRECHI, E. H. **Efeitos da densidade da plantação sobre a produção, crescimento e sobrevivência de *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze. em Misiones, Argentina.**1996. 171 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

CRECHI, E. H.; FRIEDL, R. A.; FERNÁNDEZ, R. A. La relacion hipsometrica atraves del tiempo en *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze. **Yvyretá**, Eldorado, n. 3, p. 86-92, 1992.

DRAPER, N.; SMITH, H. **Applied regression analysis.** New York: John Wiley & Sons, 1966. 497 p.

GOLFARI, L.; CASER, R. L.; MOURA, V. P. G. **Zoneamento ecológico esquemático para reflorestamento no Brasil.** Belo Horizonte: IBDF, 1978. 66 p. (PRODEPEF. Serie técnica, 11).

JORGE, L. A. B. Equação de relação hipsométrica para povoamentos de *Pinus elliottii* na Floresta Nacional de Três Barras, SC. **Brasil Florestal**, Brasília, n. 56, p 41-47, 1984.

MACHADO, S. A.; BAILEY, R. L.; BASSO, S. F.; BEVILACQUA JUNIOR, V. G. Análise do comportamento da relação hipsométrica com respeito à idade para plantações de *Pinus elliottii* no Paraná. **Revista Cerne**, Lavras, v. 1, n. 1, p. 5-12, 1994.

OLIVEIRA, Y. M. M. de; OLIVEIRA, E. B. de. Relação hipsométrica para bracatinga. In: EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisa de Florestas. **Manual técnico da bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth)**. Curitiba: Embrapa-CNPf, 1988, p. 46-47. (Embrapa-CNPf. Documentos, 20).

SAS INSTITUTE. **SAS system for regression**: version 6. 2. ed. Cary, 1995. 210 p.

SCOLFORO, J. R. S. **Técnica de regressão aplicada para estimar**: volume, biomassa, relação hipsométrica e múltiplos produtos de madeira. Lavras: ESAL: FAEPE, 1997. 292 p.

TROREY, L. G. A mathematical method for construction of diameter-height curves based on site. **Forestry Chronicle**, Ottawa, v. 8, n. 2, p. 121-132, 1932.